

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**

**Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)**

**ΔΕΥΤΕΡΑ 25 ΜΑΪΟΥ 2015**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**Α1.**  Σχολικό βιβλίο σελ. 194

**Α2.** Σχολικό βιβλίο σελ. 188

**Α3.** Σχολικό βιβλίο σελ. 259

**Α4. α)** ΛΑΘΟΣ

 **β)** ΣΩΣΤΟ

 **γ)** ΛΑΘΟΣ

 **δ)** ΣΩΣΤΟ

 **ε)** ΣΩΣΤΟ

**ΘΕΜΑ Β**

**Β1.** 

 

Ο γεωμετρικός τόπος των εικόνων των μιγαδικών αριθμών z είναι ο κύκλος με κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα ρ=2.

**Β2. α)** Αρκεί να δείξουμε ότι .

 Έχουμε  .

 Άρα ο w είναι πραγματικός.

 **β) **

 ****

Και επειδή 

 .

**Β3.** Αν 

 

 

 

 Άρα ΑΓ=ΒΓ.

 Οπότε το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές.

**ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.** 

Αφού ,  και f συνεχής στο 

1

+∞

-∞

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x |  |  |
|  | **+** | **+** |
|  |  |  |

Άρα η f είναι γνησίως αύξουσα στο πεδίο ορισμού της.

Στο 



Άρα το σύνολο τιμών της f είναι .

**Γ2.** 



Αφού το , από θεώρημα ενδιαμέσων τιμών υπάρχει τουλάχιστον μια ρίζα και αφού f γνησίως αύξουσα η ρίζα είναι μοναδική.

**Γ3.** Η προς απόδειξη σχέση γίνεται:



 **(1)**

Έστω η , με f συνεχής. Άρα η Κ είναι παραγωγίσιμη. Εφόσον x>0,  και από Θεώρημα Μέσης Τιμής στο ώστε .

Με (από ερώτημα **Γ1**). Άρα  είναι γνησίως αύξουσα.

Επομένως, που είναι η ζητούμενη.

**Γ4.** Η g είναι παραγωγίσιμη στο  γιατί η f είναι συνεχής στο 

 με 

Άρα 



Λόγω του ερωτήματος **Γ3**

 γιατί x>0 και καθώς η f είναι γνησίως αύξουσα, ισχύει .

Άρα η g είναι γνησίως αύξουσα στο .

Θα δείξουμε ότι η g είναι συνεχής στο .

Έχουμε 



Άρα η g είναι συνεχής στο . Οπότε η g είναι γνησίως αύξουσα στο .

(\*) Η συνάρτηση  είναι συνεχής ως πράξεις συνεχών.

**ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1.**

 ****

Για 

 

 Άρα η γίνεται:

 

Θέτω  Αφού η g είναι συνεχής και , τότε διατηρεί πρόσημο.

 Όμως . Άρα .



**Δ2.**

 **α)** 

 Οπότε η f είναι γνησίως αύξουσα.

 





0

+∞

-∞

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x |  |  |
|  | **+** | **-** |
|  | Σ.Κ. |  |

Η f είναι κυρτή στο  και κοίλη στο .

Η f παρουσιάζει καμπή στο  και η καμπή είναι το .

 **β)** Η εξίσωση της εφαπτομένης της f στο  είναι:

 .

  και 

 Οπότε .

 Άρα η f είναι κοίλη για κάθε .

 Επομένως ισχύει  και το ίσον ισχύει μόνο για 

Άρα 

.

 



**Δ3.** 

 .

 Θέτω 

 

 

 Άρα .

**Δ4.** Θεωρώ 

Επειδή συνεχής τότε οι  συνεχείς ως σύνθεση συνεχών, άρα η Κ παραγωγίσιμη και συνεχής στο .

 

 Αιτιολόγηση:

 Η f είναι κοίλη, τότε η εφαπτομένη της είναι πάνω από την . Άρα . Επειδή , έχουμε

 .

 

 Αιτιολόγηση:





 Άρα . Επομένως από θεώρημα Bolzano, υπάρχει τουλάχιστον ένα 